La numération

Expression d'un nombre dans une base donnée

$$N = a_0 \times B^0 + a_1 \times B^1 + a_2 \times B^2 + \dots + a_n \times B^n.$$

Exemple :

$$1375_{10} = 1 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

(1000, 100, 10, 1)

$$100110_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

$$= 32 + 4 + 2 = 38_{10}$$

Passage de la base 10 à la base 2.

- Par division

973_{10}

$973 \div 2 = 486$, reste 1
$486 \div 2 = 243$, reste 0
$243 \div 2 = 121$, reste 1
$121 \div 2 = 60$, reste 1
$60 \div 2 = 30$, reste 0
$30 \div 2 = 15$, reste 0
$15 \div 2 = 7$, reste 1
$7 \div 2 = 3$, reste 1
$3 \div 2 = 1$, reste 1
1

Poids faible ← … → Poids fort

1111001101_2

$512 + 256 + 128 + 64 + 8 + 4 + 1 = 973_{10}$

- Par soustraction.

$$
\begin{array}{rrl}
 & 973 & \\
- & 512 & 2^9 \\
\hline
 & 461 & \\
- & 256 & 2^8 \\
\hline
 & 205 & \\
- & 128 & 2^7 \\
\hline
 & 077 & \\
- & 64 & 2^6 \\
\hline
 & 13 & \\
- & 8 & 2^3 \\
\hline
 & 5 & \\
- & 4 & 2^2 \\
\hline
 & 1 & 2^0
\end{array}
$$

$2^0 = 1$

$2^1 = 2$

$2^2 = 4$

$2^3 = 8$

$2^4 = 16$

$2^5 = 32$

$2^6 = 64$

$2^7 = 128$

$2^8 = 256$

$2^9 = 512$.

$2^{10} = 1024$

$$N = (\underset{9}{1}\,\underset{8}{1}\,\underset{7}{1}\,\underset{6}{1}\,\underset{5}{0}\,\underset{4}{0}\,\underset{3}{1}\,\underset{2}{1}\,\underset{1}{0}\,\underset{0}{1})_2$$

$= 1 \times 2^9 + 1 \times 2^8 + 1 \times 2^7$

$+ 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4$

$+ 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

Base 16 ou Hexadécimal

Rappel de la base 16. (0 à F) → 4 bits → 2^3 à 2^0

A = 10   C = 12   E = 14

B = 11   D = 13   F = 15

$$5F7C_{16} = 5 \times 16^3 + 15 \times 16^2 + 7 \times 16^1 + 12 \times 16^0$$
$$= 20480 + 3840 + 112 + 12$$
$$= 24444_{10}$$

Passage de la Base 16 en base 2.

5	F	7	C
0101	1111	0111	1100_2

2^3 2^2 2^1 2^0

Passage de la base 2 en base 16.

$$1100 \,|\, 1110 \,|\, 0111_2$$

$$C \quad E \quad 7_{16}$$

$E = 14$

$$14 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$
$$= 8 + 4 + 2 + 0$$

Passage de la Base 10 en Base 16.

7993_{10}

- par division

$$7993 \div 16 = 499 \text{ reste } 9$$
$$499 \div 16 = 31 \text{ reste } 3$$
$$31 \div 16 = 1 \text{ reste } 15$$
$$\text{reste } 1$$

(calcul : 7993 − 159 − 153 → 9 ; 499 − 19 → 3)

$1F39_{16}$

Par soustraction

7993_{10}

$$\begin{array}{r} 7993 \\ -\ 4096 \\ \hline 3897 \\ -\ 256 \\ \hline 3641 \\ -\ 256 \\ \hline 3385 \\ -\ 256 \end{array}$$

etc....

16^3

16^2 1x

16^2 2x

16^2 3x → 3×16^2

Possibilité de passer par la base 2 pour aller à la base 16.

$16^0 = 1$

$16^1 = 16$

$16^2 = 256$

$16^3 = 4096$

$16^4 = 65536$

$$N_{00} = 11\,|\,1100\,|\,1101_2$$

$$3 \quad C \quad D_{16}$$

(12, 13)

pour faire les paquets de 4 on part du **poids faible**.

Addition

$$5_{10} + 7_{10} = 12_{10}$$

$$5_{16} + 7_{16} = C_{16}$$

$$0101 + 0111 =$$

$$\begin{array}{r} 0101 \\ +\ 0111 \\ \hline 1100_2 \end{array} = 12 = C$$

$$1 + 1 = 2_{10}$$
$$= 10_2$$

Autre exemple :

$$\begin{array}{r} 0110\,|\,0110_2 \\ +\; 0001\,|\,1101_2 \\ \hline 10000011_2 \end{array}$$

$0110\,0110_2 = 66_{16} = 64 + 32 + 4 + 2 = 102_{10}$

$0001\,1101_2 = 1D_{16} = 29_{10}$

$66_{16} + 1D_{16} = 83_{16}$

$102_{10} + 29_{10} = 131_{10}$

$128 + 2 + 1 = 131_{10}$

$8 \times 16 + 3 = 131$

$13 + 6 = 19_{10} = 16 + 3$

$1 \times 16^1 + 3 \times 16^0$